Inventio fractionum	13. 1,11394. / 17. 1,23045.	Et	15. 1,17609 / 32. 1,50515
	Log: $\bar{1}$,88349		Log: $\bar{1}$,67194

Additio.		Subductio.	
Ad	$\bar{1}$,88349	Ex	$\bar{1}$,88349
adde	$\bar{1}$,67194	tolle	$\bar{1}$,67194
Sum	$\bar{1}$,55543	Rest	0,21155

Multiplicatio.

Lateris	0,0064	Lateris	0,0064
3 ×	$\bar{3}$,80614	2 ×	$\bar{3}$,80614
Cubus	$\bar{7}$,41842	Quadr:	$\bar{5}$,61228

Divisionis Logarithmi Indicem habentis negativum, per 2, 3, 4, 5, &c. difficultas constat in investigatione Indicis Quoti. Cui rei hæc inservit Tabella.

Divisores.		
2)	$\bar{1}$. 2	$\bar{1}$
	$\bar{3}$. 4	$\bar{2}$
	$\bar{5}$. 6	$\bar{3}$
	$\bar{7}$. 8	$\bar{4}$
3)	$\bar{1}$. 2 . $\bar{3}$	$\bar{1}$
	$\bar{4}$. 5 . 6	$\bar{2}$
	7 . 8 . 9	$\bar{3}$
4)	1 . 2 . 3 . 4	1
	5 . 6 . 7 . 8	2
5)	1 . 2 . 3 . 4 . 5	1
	6 . 7 . 8 . 9 . 10	2
&c	40 . 30 . 20 . 10 . 0	

In

Inventio fractionum	13. 1, 11394. 17. 1, 23045.	Et	15. 1, 17609 32. 1, 50515
	Log: $\bar{1}$,88349		Log: $\bar{1}$,67194

Additio.		Subductio.	
Ad	$\bar{1}$,88349	Ex	$\bar{1}$,88349
adde	$\bar{1}$,67194	tolle	$\bar{1}$,67194
Sum	1,55543	Rest	0,21155

Multiplicatio.

Lateris	0,0064	Lateris	0,0064
3 *	$\bar{3}$,80614	2 *	$\bar{3}$,80614
Cubus	$\bar{7}$,41842	Quadr:	5,61228

Divisionis Logarithmi Indicem habentis negativum, per 2, 3, 4, 5, &c. difficultas constat in investigatione Indicis Quoti. Cui rei hæc inservit Tabella.

Divisores.	2)	1 . 2	$\bar{1}$
		3 . 4	$\bar{2}$
		5 . 6	$\bar{3}$
		7 . 8	$\bar{4}$
	3)	1 . 2 . 3	$\bar{1}$
		4 . 5 . 6	$\bar{2}$
&c		7 . 8 . 9	$\bar{3}$
	4)	1 . 2 . 3 . 4	1
		5 . 6 . 7 . 8	2
	5)	1 . 2 . 3 . 4 . 5	1
		6 . 7 . 8 . 9 . 10	2
		40.30.20.10. 0	

In

In hac Tabella Divisores sunt à sinistrâ intra lineam flexam.

Tum versùs dextram sequuntur Logarithmorum dividendorum Indices negativi.

His in singulis ordinibus collaterales adstant Quotorum Indices etiam negativi.

Subtùs autem qui scribuntur numeri, 0, 10,20,30, 40, Ostendunt numeros addendos primæ figuræ Logarithmi dividendi, cujus Index negativus invenitur supra in eâdem columnâ, juxta Divisorem. Ut si Logarithmus $\bar{7}$, 41842 postuletur dividi per 3: Quæratur $\bar{7}$ juxta 3) dabiturque collateralis $\bar{3}$, pro Indice Quoti: Et numerus 20 subtùs; qui additus figuræ dividuæ primæ 4, reddit ipsum 24: in quo Divisor 3 octiès continetur.

Divisio.

3) $\underline{7}$, 4 1 8 4 2		2) $\bar{5}$, 6 1 2 2 8
Latus 3, 8 0 6 1 4		Latus, 3, 8 0 6 1 4

FINIS.

K with preceding

5

ELEMENTI DECIMI

EUCLIDIS

DECLARATIO.

Necnon

De SOLIDIS REGULARIBUS

TRACTATUS.

Authore

GUILELMO OUGHTREDO

ANGLO.

OXONIÆ,

Excudebat LEON. LICHFIELD, Veneunt apud THO. ROBINSON. *Anno Dom.* 1652.

Notæ seu symbola quibus in sequentibus utor:

Æquale $=$. Simile *Sim.*
Majus $\sqsubset$. Proxime majus $\sqsubset\!\!-$.
Minus $\sqsupset$. Proxime minus $-\!\!\sqsupset$.
Non majus $\not\sqsubset$. Æquale vel minus $\sqsubseteq$.
Non minus $\not\sqsupset$. Æquale vel majus $\sqsupseteq$.
Proportio, sive ratio æqualis ::
Major ratio $\overline{\cdot\cdot}$. Minor ratio $\underline{\cdot\cdot}$.
Continuè proportionales $\div\!\!\div$.
Commensurabilia $\sqcap$.
Incommensurabilia $\neg\sqcap$.
Commensurabilia potentiâ $\sqcap\!\!+$.
Incommensurabilia potentiâ $\neg\sqcap\!\!+$.
Rationale, ῥητὸν, R, vel ʀ.
Irrationale, ἄλογον, ʀ.
Medium sive mediale mʀ
Linea secta secundum extremam & mediam rationem } s
Major ejus portio σ
Minor ejus portio τ.
Z est A + E. ζ est a + e.
X est A-E. ξ est a-e

Z eſt Aq+Eq. ℨ eſt aq + eq.

X eſt Aq-Eq. 𝔛 eſt aq-eq.

Æ eſt AE Erectang. æ eſt a e rectangulum.

▯ rectangulum. □ quadratum.

△ Triang. ♃ latus, ſive radix.

⧧ media proportionalis.

∽ eſt differentia duarum magnitudinum, ut B ∽ C ſignificet vel B-C, vel C-B. in 113, 114 e 10.

ELEMENTI

ELEMENTI DECIMI EUCLIDIS Declaratio.

AD def: 1. Eandem mensuram duas magnitudines metiri, tum dicit, quando ipsarum quoti mensuras certas, & veris numeris explicabiles habent. Commensurabiles igitur magnitudines sunt, quarum ratio in veris numeris dari poterit: quales sunt in genere quadratico, radices quadratæ planorum similium: & in genere cubico, radices cubicæ solidorum similium. Exempli gratiâ, in planis 18 & 50, nempe 3×6, & 5×10, similibus (est enim 3.6::5.10) $\sqrt{q}\,18$, & $\sqrt{q}\,50$ sunt latera cōmensurabilia; quia divisa per $\sqrt{q}\,2$ maximam eorum communem mensuram, dant $\sqrt{q}\,9$ & $\sqrt{q}\,25$, hoc est 3 & 5. Sunt igitur $\sqrt{q}\,18$ & $\sqrt{q}\,50$ in ratione 3 ad 5. Quippe 18 & 50 sunt ut Q. Q.

Ad def: 2. $\sqrt{q}\,12$ & $\sqrt{q}\,64$ sunt latera incommensurabilia: nam quamvis ad minores terminos poterint reduci per $\sqrt{q}\,4$ maximam eorum communem mensuram; fientque $\sqrt{q}\,3$ & $\sqrt{q}\,16$: non tamen

men dicuntur commenſurabilia; quia non ſunt ut numerus ad numerum. Eſt enim $\sqrt{q}\ 3$ numerus non verus, ſed ſurdus. Quippe 12 & 64 non ſunt ut Q. Q.

Ad def: 3. At vero linearum ſive laterum $\sqrt{q}\ 12$ & $\sqrt{q}\ 64$, quadrata 12 & 64 ſunt commenſurabilia; quia area 1 utrumque metitur: nam area 12, aream 1 continet duodecies; & area 64, ipſam aream 1, continet ſexagies & quater. Quare quadrata illorum laterum ſunt in ratione 12 ad 64. Atque hinc ſequitur, quod omne latus ſurdum generis quadratici numero rationali, ſive vero cuicunque, potentiâ eſt commenſurabile: modo ſi intelligantur ejuſdem eſſe generis ſive dimenſionis: At ſi unum ex iis intelligatur eſſe latus ſive linea, & alterum planum ſive ſuperficies, non erunt commenſurabilia potentiâ.

Ad def: 4. Sunt igitur lineæ potentiâ incommenſurabiles diverſorum generum: nempe una lateralis, altera quadratica; vel una quadratica, altera quadratoquadratica. Exempli gratia, laterum $\sqrt{q}\ 3$ & $\sqrt{q}\ 2$ quadrata ſunt 3 & 2: & inter ipſa planum medium proportionale $\sqrt{q}\ 6$. Quare plana ſive potentiæ 3 & 2 incommenſurabilia ſunt ad planum $\sqrt{q}6$. Ideoque ipſorum latera $\sqrt{q}3$ & $\sqrt{q}\ 2$ ad $\sqrt{qq}6$ ſunt incommenſurabilia etiam potentiâ. Atque hujuſmodi media proportionalia tum plana, tum latera, Euclides poſtea Media ſive Medialia nuncupat.

$\sqrt{q}3. \quad \sqrt{q}2.$
$3. \quad \sqrt{q}6. \quad 2.$
$\sqrt{q}3. \sqrt{qq}6. \quad \sqrt{q}2.$

Ad def. 5. Si linea propoſita vero numero ſit explicabilis; omnes lineæ veris numeris explicabiles ſunt

ſunt ipſi commenſurabiles. Si verò linea propoſita ſit latus ſurdum, puta √q 3, linea illi quacunque ratione commenſurabilis invenitur per proportionem. Ut ſi ratio data ſit 2 ad 5 : Dic 2. 5:: √q3. √q $\frac{75}{4}$.

Dicitur ῥητὴ, ſive rationalis, linea vero numero explicabilis; ratione cujus aliæ lineæ ad ipſam comparatæ, conſiderantur vel commenſurabiles vel incommenſurabiles, idque longitudine vel potentiâ.

Atque his bene perſpectis, reliquæ definitiones nihil habebunt difficultatis.

Sequuntur Lemmata.

1. Rectangulum ſub ⲣr & ⲣr eſt ⲣr. Nam irrationalium aggregatio quantacunque non mutat ſpeciem.

2. Si linea *Z* ſecetur inæqualiter in A & E, erit Z-2AE=Xq. Et Z+2AE=Zq.

3. Si linea *Z* componatur tum ex A+E, tum ex a+e : erit Z-ζ=2æ-2Æ. Nam Z+2Æ=ζ+2æ.

Item, ſi linea X conſtituatur tum ex A-E, tum ex a-e : erit Z-ζ=2Æ-2æ Nam Z-2Æ=ζ-2æ.

4. A.E::Aq.Æ::Æ. Eq.

5. Si A & E ſint ⊤⊥ : erunt 1°, Aq, Eq, Z, X. ⊤⊥: ideoque ſimul ⲣr vel mr.

Erunt 2°, Aq, Eq, Z, X. ⊤⊥ 2Æ. per 4.

Erunt 3°, Z, 2Æ, Zq, Xq ⊤⊥

Erunt 4°, X, 2Æ, Zq, Xq ⊤⊥. Nam Zq=Z+2Æ & Xq=Z-2Æ. & Zq=4Æ+Xq.

6. Si A & E ⊤⊥, erunt Aq, Eq, Zq, Æ, Z, X, Xq ⊤⊥.

Propositiones Elementi X[i].

9. Novem priores propositiones docent lineas commensurabiles esse, ut numerus ad numerum, atq; ideo eorum quadrata esse, ut quadratus numerus ad quadratum numerum. In incommensurabilibus autem contra esse. Earum enim quadrata non sunt ut Q.Q. √q45 & √q20 sunt lineæ commensurabiles, quia ipsarum quadrata 45 & 20 sunt ut 9 & 4, numeri quadrati, quorum radices sunt 3 & 2, sunt igitur √q45 & √q20 in ratione 3 ad 2.

Coroll: ad 9. Lineæ ⊤⊔ sunt etiam ⊤ʒ: at non contra. Sed lineæ '⊤⊔ non sunt idcirco '⊤ʒ.

10. Si sit B.C::D.F. sintque B, C ⊤⊔ vel '⊤⊔: etiam D,F ⊤⊔ vel '⊤⊔ erunt.

12.14. Si B ⊤⊔ C, & C, D ⊤⊔ vel '⊤⊔, etiam B,D ⊤⊔ vel '⊤⊔ erunt.

13. Si B⊤⊔D; & C'⊤⊔D: erit B'⊤⊔ C.

Coroll: ad 14. Si B '⊤⊔ C; at B ⊤⊔ D, & C ⊤⊔ F: erit D'⊤⊔F.

16.17. A,E,Z sunt simul ⊤⊔ vel '⊤⊔.

11. Invenire B, D '⊤⊔: & B, C '⊤ʒ. Sumantur duo aliqui numeri 3 & 2, qui non sint ut Q.Q. fiatque 3.2::B.F: Item B.D::D.F. Quare B.F::Bq.Dq. At B,F non sunt Q.Q: ideoque nec Bq.Dq sunt ut Q.Q. Ergo B,D '⊤⊔ per 9.

Iterum fiat B.C::C.D: sunt igitur Bq,Cq'⊤⊔: quare B,C'⊤ʒ. √q 3. √qq 6. √q 2.

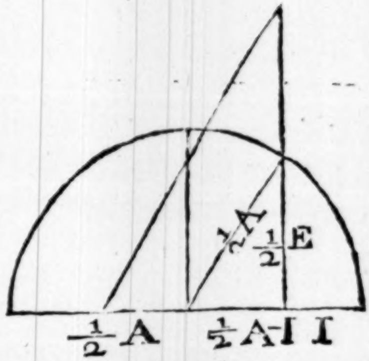
Coroll: ad 11. *m* inter duas '⊤⊔, est utrivis ipsarum '⊤ʒ; & ʀ, si alterutra ex iis sit ʀ.

15. Si sit A, E:: a. e. & sit A ⊤⊔√q: Aq-Eq; scil.

X:

X: erit etiam a ⊐⊏ √q: aq-eq: ſcil. ℰ. Nam Aq. Eq::aq. eq: quare Aq. Aq-Eq::aq. aq-eq. Ergo per 10.

18.19. Si ſint duæ lineæ A & E: adplicetur autem ad A rectangulum æquale quadrato ſemiſſis E, deficiens figura quadrata: hoc eſt, dividatur A in duas partes A-I & I, ſic ut []^{m} ſegmentorum æquetur □^{o} $\frac{1}{2}$E; nempe AI-Iq=$\frac{1}{4}$Eq. & ſint ſegmenta A-I & I ⊐⊏. Erit etiã A ⊐⊏ √q: Aq-Eq. & converſè: & contra. Nã per 47 e 1, $\frac{1}{4}$Aq-$\frac{1}{4}$Eq=Q: $\frac{1}{2}$A-I: quare √q: Aq-Eq: eſt A-2I. At per 16 & hypoth. A-2I, & A ſunt ⊐⊏.



22.23. Ex A, E ɤ ⊐⊏ fit Æ ɤ, ſcil. *m*~: & √q Æ, eſt ɤ & *m*~, (vide annotata ad def. 4). Nam A. E:: Aq. Æ. quare Æ ⊐⊏ Aq ɤ, erit ɤ. Eſt etiam Æ *m*~. Nam ſi A ſit √q3, & E √q2; erit Æ √q6 planum, cujus radix eſt √qq6. At vero tum quadrata 3, √q6, 2; tum ipſorum radices √q3, √qq6, √q2 ſunt ∺ & in neutris medius terminus eſt ejuſdem rationis ſive commenſurationis cum ſuis extremis, ſed utrique incommenſurabilis.

24. Si B ſit ⊐⊏ ſaltem ipſi C *m*~, erit etiam B *m*~. Nam ad expoſitam R per 23, fiat RD=Cq *m*~. & RF=Bq. Quare RD ⊐⊏ RF: ideoque F, D ɤ ⊐⊏. Eſt autem per 23, R ⊐⊏ D: idcirco etiam R ⊐⊏ F. Ergo Bq *m*~: atque ipſa B *m*~.

20.21.25. Ex A, E ɤ ⊐⊏, fit Æ ſimiliter ɤ: & converſè

versè. Et ex A, E mɤ ⊐, fit Æ mɤ : & conversè. Nam A.E::Aq. Æ. At Aq est ɤ vel mɤ. ergo & Æ similiter ɤ vel mɤ, per 24.

26. Ex A, E mɤ ⊤, fit Æ ɤ vel mɤ. Nam ad expositam R, fiat RB=Aq : & RC=Æ : & RD=Eq. Sunt igitur B, D, ɤ ⊐, per 23. Et quia C est m∺ inter B & D erit Cq ɤ ideoque & ipsa C ɤ. Si igitur C ɤ ⊐ R, erit Æ ɤ. Si vero C ɤ ˈ⊐ R, erit & Æ mɤ.

27. Si □^{m} B mɤ constet ex □^{o} C mɤ, & □ D : erit etiam □^{m} D ɤ. At non conversè. Nam aliter fingatur □ D ɤ. Ad expositam R fiat RA=□^{m} C mɤ ; & RE=□^{m} D ; & RZ=□ B mɤ. Erit igitur Z ɤ ⊐ R : & A ɤ ˈ⊐ R : & E ɤ ⊐ R. Quare A, E ɤ ⊐. Estque Z ɤ. At per lem : 5. Z ⊐ Zq. Est igitur Zq ɤ, & Z ɤ : quod ostensum est falsum. Ergo.

28. Invenire duas A, E mɤ ⊤, ita ut Æ sit ɤ. Sumantur B, C ɤ ⊤ : fiatque B. A::A. C::C. E. Dico I^o, A, E mɤ : Nam Aq=BC mɤ, per 22. estque B. C::A. E. Dico II^o A, E mɤ ⊤ : Nam B. C::A. E. Quare per 24. Dico III^o Æ ɤ : Nam AE=Cq ɤ.

29. Invenire duas A, E mɤ ⊤, ita ut Æ sit mɤ. Sumantur B, C, D ɤ ⊤ : fiatque B. E::E. D::A. C. Dico I^o, A, E mɤ : Nam Eq=BD mɤ. Dico II^o, A, E mɤ ⊤ : Nam D. C::E. A. Dico III^o, Æ mɤ : Nam AE=BC mɤ.

Exemplum pro 28. B 2. C $\sqrt{q}\,3$. A $\sqrt{qq}\,12$. E $\sqrt{qq}\,\frac{27}{4}$. AE 3.

Exemplum pro 29. B $\sqrt{q}\,5$. C 2. D $\sqrt{q}\,3$. E $\sqrt{qq}\,15$. A $\sqrt{qq}\,\frac{80}{3}$. AE $\sqrt{}$ 20.

30. Invenire duas A, E ɤ ⊤, ita ut A ⊐ sit $\sqrt{q}$X.

Suman-

Sumantur duo numeri quadrati aq, eq; ita ut aq-eq non sitQ. Tum expositâ A ɹ, fiat aq.aq-eq:: Aq.Eq. Erit igitur etiam aq. eq::Aq. X.,per 19 e 5.

Dico I°,A,E ɹ ꟻ. Nam Aq,Eq non sunt ut Q.Q.

Dico II°, A ⊓ √qX. : Nam sunt ut Q.Q.

Exemplum pro 30. Aq & aq sunt 9. eq & X. 4.

31. Inuenire duas A, E ɹ ꟻ, ita ut A ⊓ √qX..

Sumantur duo numeri aq, eq, quadrati; ita ut aq+eq non sit Q. Tum exposita A ɹ,fiat aq+eq.aq::Aq.Eq. Erit igitur aq+eq.eq::Aq. X., per 19 e 5.

Dico I°, A,E ɹ ꟻ: Nam Aq, Eq non sunt ut Q. Q.

Dico II°,A ⊓ √qX.:Nam Aq,X non sunt ut Q.Q.

Exemplum pro 31 aq & eq 4. eq & X. 1.

32. Invenire duas A, E mr ꟻ, ita ut Æ sit ɹ; & A ⊓ √qX.. Sumantur per 30, duæ a, e ɹ ꟻ, ita ut a ⊓ √q: aq-eq. fiatque a. A::A. e::e. E. Dico I°, A,E mr ꟻ, per 22 & 24. Nam Aq=ae mr: & a.e:: A. E, ꟻ. Dico II°,Æ ɹ: Nam AE=eq ɹ. Dico III°, A ⊓ √qX., per 15. Nam a ⊓ √q: aq-eq. Exemplum a 2. e √q3. A √qq 12. E √qq $\frac{27}{4}$.

Quod si per 31, Sumerentur a,e ɹ ꟻ;ita ut a ⊓ √q: aq-eq: Inventæ fuerint A, E mr ꟻ,ita ut Æ sit ɹ; & A ⊓ √qX..

Exemplum a √q5. e 2. A √q 20. E √q $\frac{64}{5}$.

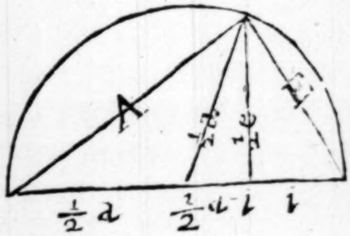
33. Invenire duas A, E mr ꟻ, ita ut Æ sit mr; & A ⊓ √qX.. Sumantur per 30, duæ a, e ɹ ꟻ; ita ut a ⊓ sit √q:aq-eq: & sumatur i ɹ ꟻ utrique a,e: fiatque a. A::A.i::e. E.. Dico I°, A,E mr ꟻ: Nam Aq=a i mr: Estque a. e::A. E. Dico II° Æ mr. Nam AE=ie mr. Dico III°, A ⊓ √qX.: Nam a ⊓ √q: aq-eq: quare per 15. Exem-

Exemplum a 2. e $\sqrt{q}$ 5. i $\sqrt{q}$ 2. A $\sqrt{qq}$ 8. E $\sqrt{qq}$ 2.
Quod si per 31, sumerentur a, e ır ɟ, ita ut a ⊐ $\sqrt{q}$: aq-eq: Inventæ fuerint A, E mr ɟ, ita ut Æ sit mr: & A ⊐ $\sqrt{q}$X.

Exemplum, a $\sqrt{q}$ 5. e 2. A $\sqrt{qq}$ 20. E $\sqrt{qq}$ $\frac{16}{5}$.

Præparatio ad propositiones 34, 35, 36, demonstrandas in tribus lemmatibus.

Lemma primum. Si ad a adplicetur rectangulum æquale Q. $\frac{1}{2}$e, deficiens figura quadratâ: divisa scil. a in a-i & i; ita ut a-i. $\frac{1}{2}$e :: $\frac{1}{2}$e. i. Erit $\frac{1}{2}$ a-i $=$ $\sqrt{u}$: $\frac{1}{4}$aq $\frac{1}{4}$eq: sicut in schemate apparet, Atq; per hanc interpretationẽ, a-i $=$ $\frac{1}{2}$a+ $\sqrt{u}$: $\frac{1}{4}$aq-$\frac{1}{4}$eq. & i $=$ $\frac{1}{2}$a- $\sqrt{u}$: $\frac{1}{4}$aq-$\frac{1}{4}$eq. Et quia Aq $=$ Q: a-i: + $\frac{1}{4}$eq. & Eq $=$ iq + $\frac{1}{4}$eq. Nempe Q. $\frac{1}{2}$a $\pm$ $\sqrt{u}$: $\frac{1}{4}$aq-$\frac{1}{4}$ eq: + $\frac{1}{4}$eq. Hac adhibita interpretatione



Erit A $=$ $\sqrt{u}$: $\frac{1}{2}$aq + $\sqrt{u}$: $\frac{1}{4}$aqq - $\frac{1}{4}$aqeq.

Et E $=$ $\sqrt{u}$: $\frac{1}{2}$aq -- $\sqrt{u}$: $\frac{1}{4}$aqq -- $\frac{1}{4}$aqeq.

Nam in quadratione lineæ $\frac{1}{2}$a $\pm$ $\sqrt{u}$: $\frac{1}{4}$aq $-\frac{1}{4}$eq. Z est $\frac{1}{4}$aq + $\frac{1}{4}$aq -- $\frac{1}{4}$eq. Et Æ est $\sqrt{u}$: $\frac{1}{16}$ aqq - $\frac{1}{16}$ aqeq: quod duplicatum fiet $\sqrt{u}$: $\frac{1}{4}$aqq - $\frac{1}{4}$aqeq. huic si adjungatur + $\frac{1}{4}$eq; abolebitur alterum -$\frac{1}{4}$eq.

Lemma secundum: a--i : i :: Aq. Eq, ⊐.

Nam a. A :: A. a--i } Quare { a. a--i :: aq. Aq.
Et a. E :: E. i } { a. i :: aq. Eq.

Lemma tertium: a. A :: E. $\frac{1}{2}$e.

34. Invenire duas A, E ɟ, ita ut Z sit ır, & Æ mr. Sumantur per 31, a, e ır ɟ, ita ut a ⊐ $\sqrt{q}$: aq-eq: &

& ex ipsis inveniantur A,E, Sicut in *Lem.pri.*

Dico I° A,E ⌐ꟻ : Nam per *Lem.sec.* Aq,Eq ⌐⊓.

Dico II° Z ɤ: Nam in 31, A, E (quibus hic respondent a,e) sunt ɤ ⌐ꟻ.

Dico III°, *Æ mr.* Nam per *Lem. tert.* AE $= \frac{1}{2}$ a e *mr*.

35. Invenire duas A,E ⌐ꟻ, ita ut Z sit *mr*, & Æ ɤ. Sumantur per 32, a,e *mr* ⌐ꟻ, ita ut æ sit ɤ, et a ⌐⊓ √q: aq--eq: Et ex ipsis inveniantur A, E, sicut in *lem. pri.*

Dico I° A,E ⌐ꟻ, per *Lem. secun.*

Dico II°, Z *mr*, per 32.

Dico III°, Æ ɤ: Nam per *lem. tert.* AE $= \frac{1}{2}$ a e. ɤ.

36. Invenire duas A,E ⌐ꟻ, ita in Z et Æ sint *mr*. Sumantur per 33, a,e *mr* ⌐ꟻ, ita ut æ *mr*, et a ⌐⊓ √q: aq--eq. & ex ipsis inveniantur A, E, sicut in *Lem. pri.*

Dico I°, A,E ⌐ꟻ, per *lem. sec.*

Dico II° Z *mr*, per 33.

Dico III°, Æ *mr*: per *lem. tert.* Consulatur etiam Schema pro hisce tribus propositionibus.

Coroll: ad 36: Hinc inveniri possunt duæ lineæ *mr* ⌐ꟻ, scil. √q Z, & √q Æ.

Principium Senariorum per Compositionem.

37. Si sumantur a, e ɤ ⌐ꟻ; tota a + e hoc est ʒ, erit ɤ; vocaturque *Binomium*, scil. ʒ *Bin.* I. Nam per lemma 5, ʒq ⌐⊓ ʒ ɤ.

2 + √q3. Cujus Q: est 7 + √q48.

38. Si sumantur a, e *mr* ⌐ꟻ (per 28) ita ut æ sit ɤ, tota

tota ʒ erit ɤ; vocaturque *Bimediale* prius, scil: ♃ *Bin*: II. Nam per lemma 5, ʒq ⊐ æ ɤ.

√qq12 + √qq$\frac{27}{4}$. Cujus Q: est √q $\frac{147}{4}$ + 6.

39. Si (per 29) sumantur a, e mr ᒧ, ita ut æ sit mr: tota ʒ erit ɤ; vocaturque *Bimediale* posterius, scil: ♃ *Bin*: III. Nam ʒq, hoc est ʒ + 2æ, est ɤ. Nam expositâ R, fiat RT=ʒq; & RP=ʒ mr, per 16 & 24: Erit RT-RP=2æ. Sunt autem per lem: 5, RP & RT-RP mr ⊐: Quare P, T-P ɤ ⊐ ad R. Et per 37, T est ɤ. Et per lem: 1, RT hoc est ʒ q ɤ.

√qq $\frac{20}{3}$ + √qq 15. Cujus Q: est √q $\frac{145}{3}$. + √q80.

40. Si (per 34) sumantur a, e ᒧ, ita ut ʒ sit ɤ, & æ mr; tota ʒ erit ɤ; vocaturque Major, scil: ♃ *Bin*: IV. Nam per lem: 6, ʒq ⊐ ʒ ɤ. √u: $\frac{5}{2}$ + √q $\frac{5}{4}$. pl: √u: $\frac{5}{2}$ - √$\frac{5}{4}$. Q. est 5 + √ q 20.

41. Si (per 35) sumantur a, e ᒧ, ita ut ʒ, sit mr, & æ ɤ; tota ʒ erit ɤ, vocaturque *Potens rationale & mediale*, scil. ♃ *Bin*: V. Nam per lem. 6, ʒq ⊐ æ ɤ.

√u: √q 5 + 1: pl: √u: √q 5 - 1. Q. est √q 20 + 4.

42. Si (per 36) a, e ᒧ, ita ut ʒ & æ sint mr ⊐; tota ʒ erit ɤ, vocaturque *Potens duo medialia*. Scil. ♃ *Bin*. VI. Nam ʒq, hoc est ʒ + 2æ est ɤ. Exposita enim R, fiant RT=ʒq, & RP=ʒ. erit RT-RP =2æ. Sunt autem RT. & RT-RP mr ⊐ Quare per 22, P, T-P ɤ ⊐ ad R. Et per 37 T est ɤ. Et per lem. 1, RT hoc est ʒq ɤ. Ergo ʒ ɤ.

√u: √q5 + √q3: pl: √u: √q5 - √q3. Q. est √q20 + √q8

43. 44. 45. 46. 47. 48. Neque ulla ex dictis sex lineis ɤ, ʒ potest dividi in sua nomina a, e, præterquam in uno eodemque puncto. Nam aliter dividatur iterū ʒ in sua nomina A, E. Erit (per lem. 3) Z - ʒ = 2æ - 2Æ.

2Æ. At (per 37 & 40) in ꝫ *Bin.* I,IV. Z-ʒ est ɤ; & 2 æ-2Æ mr, per 27. Et (per 38 & 41) in ꝫ *Bin.* II,V, Z--ʒ est mr; & 2æ--2Æ ɤ. Quare eadem quantitas erit ɤ & ɤ Quod est absurdum. In ꝫ vero *Bin.* III, VI, Quoniam in 39 & 42, si supponatur ɤ ʒ dividi in a, e; fiatque RT=ʒ q, & RP=ʒ, & RT-RP=2æ; demonstratum est ɤ T dividi in nomina P, T-P ɤ □. Item si iterum supponatur ɤ ʒ dividi in A,E, alia nomina; fiatque RT=ʒ q,& RS=Z & RT-RS =2Æ; similiter demonstrabitur ɤ T. dividi iterum in nomina S & T-S ɤ □, diversa ab iis P & T-P. quod est contra priorem partem hujus demonstrationis. Est enim ɤ T *Binomium*.

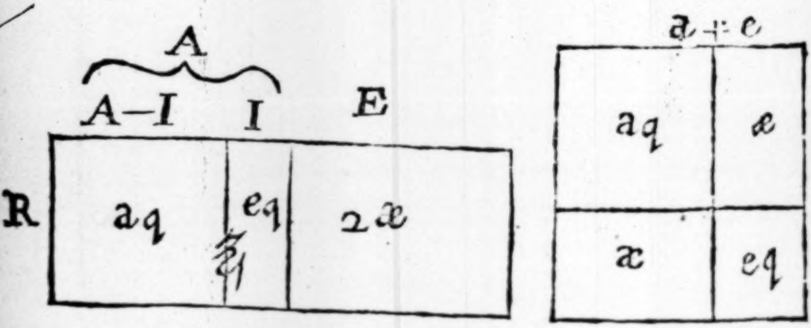
Definitiones		&	Proprietates	
ꝫ *Binom.* & *Apotom.*			*Binomiorum* & *Apotom.*	
I	a, e ɤ ⊐ : æ mr		A □ √qX.. A □ R	ɤ □
II	a, e mr ⊐ : æ ɤ		A □ √qX.. E □ R	
III	a, e mr ⊐ : æ mr		A □ √qX.. A,E □ R	
IV	a, e ⊐ : ʒ ɤ : æ mr		A □ √qX.. A □ R	A,E
V	a, e ⊐ : ʒ mr : æ ɤ		A □ √qX.. E □ R	
VI	a, e ⊐ : ʒ & æ mr □		A □ √qX.. A,E □ R	

49.50.51.52.53.54. Invenire sex *Binomia* A+E. Sumatur N 9 & dividatur tum in 5 & 4 tum in 6 & 3: & exponatur R. 9 4 scil: numeri quadrati.

Pro *Bin.* I.IV Sit A □ R; fiatque 9. 5/6 :: Aq. Eq.
Pro *Bin.* II. V. Sit E □ R; fiatque 5/6. 9 :: Eq. Aq.
Pro *Bin.* III. VI. Sumatur tertius N 2, qui nec ad

ad 9, nec ad 5, nec ad 6, ut Q. Q. fiatque 2. $\boxed{9}$ :: Rq. Aq ⅂r. Deinde $\boxed{9}$. $\frac{5}{6}$ :: Aq.Eq: qui non sunt ut Q.Q. Quare in omnibus sex sunt Aq, Eq, ⅂r ⊐. & A, E ⅂r ⊐̸. Item quia 9-5=4; & 9-6=3, erit $\{9 . \boxed{4}_{3}$ :: Aq.X.: ideoq; A, √X. ⊐, ⊐.

55.56.57.58.59.60. Si singula sex *Binomia* A+E ducantur in expositum R, √q: AR+ER: constituet ordine singulas species 2*æ Binom.* Nam (consideratis prius intentè proprietatibus cujusque tum *Binomii*, tum 2*æ Bin.* in tabella præmissa.) dividatur A in A-I & I, ita ut AI-Iq=$\frac{1}{4}$ Eq. Erit igitur A-I. $\frac{1}{2}$ E:: $\frac{1}{2}$ E.I. fiat etiam aq=AR-IR: & eq=IR.



Probatur 1°, a+e esse √q: AR+ER. Est enim AR-IR. $\frac{1}{2}$ ER :: $\frac{1}{2}$ ER.IR: Item aq.æ::æ.eq. Quare $\frac{1}{2}$ ER=æ. Ergo Q. a+e:=AR+ER.

Probatur 11°, In tribus prioribus *Binom*: a, e esse ⊐̸. Nam quia (per 18) AR-IR ⊐ IR, erit AR-IR ⊐̸

⊓ AR: at (per *lem.* 5.) AR ⅂ ER: ergo AR-IR ⅂ ER: hoc eſt aq ⅂ æ: Eſt autem aq. æ:: a.e.

In tribus poſterioribus *Binom*: a, e eſſe ⅂. Nam (per 19) AR-IR, IR, hoc eſt aq, eq ⊓.

Probatur III°, In *Binom*: I. a, e eſſe ɤ. Nam AR-IR, IR, hoc eſt aq, eq ⊓ ſunt AR ɤ.

In *Bin*: II, a, e eſſe *mr*: Nam quia A-I, I ⊓ A ⅂ R; Erit AR-IR, IR, hoc eſt aq, eq *mr*: at a, e ⅂. Item æ eſſe ɤ: Nam 2æ=ER ɤ.

In *Bin*: III, a, e eſſe *mr*, ut ante. Item æ eſſe ɤ: Nam ER, hoc eſt 2æ, *mr*, quia E ɤ ⊓ R.

In *Bin*: IV. aq+eq, hoc eſt AR, eſſe ɤ. Nam A ɤ ⊓ R. Item 2æ, hoc eſt ER, eſſe *mr*: ut ante.

In *Bin*: V. aq+eq, hoc eſt AR, eſſe *mr*. Nam A ɤ ⅂. Item 2æ, hoc eſt ER, eſſe ɤ. Nam E ɤ ⊓ R.

In *Bin*: VI, aq+eq, hoc eſt AR; Item 2æ, hoc eſt ER, eſſe *mr*. Nam A, E ɤ ⊓ R.

Atque in omnibus his tribus poſterioribus liquet a & e eſſe ⅂, quia aq, eq ⊓.

Conſect: Latus quadratum ſingulorum *Binomiorum* A+E conſtituet ordine ſingulas ſpecies ♃ *Bin*: a+e. Nam poſita R. eſſe 1, nihil per multiplicationem immutabitur. Unde majus quadratum erit A-I cujus latus eſt a: & minus I, cujus latus eſt e. Oſtenſum autem eſt ad prop. 34, in lem. pri: A-I eſſe $\frac{1}{2}$A+√u:$\frac{1}{4}$Aq-$\frac{1}{4}$Eq. Et I eſſe $\frac{1}{2}$A-√u:$\frac{1}{4}$Aq-$\frac{1}{4}$Eq. Atque hinc patet Analyſis *Binomii*: cujus hæc eſt regula.

Si è quadrato ſemiſſis nominis majoris tollatur quadratum ſemiſſis nominis minoris; & latus quadratum exceſſus ſemiſſi nominis majoris addatur, dabit

dabit quadratum majus: ſin detrahitur, minus.

Si igitur ſemis nominis majoris, & latus quadratum exceſſus, 'ſint commenſurabiles, ℈ *Bin*: erit bimembre. Si incommenſurabiles, quadrimembre.

61. 62. 63. 64. 65. 66. Si quadratum ex ɤ a+e, ℈ *Bin*: aliqua, ad expoſitam R applicetur; latitudinem faciet A+E, idem *Binomium*. Nam (ſicut in Schemate ad 55) fiat AR+ER=Q: a+e: Et AR-IR=aq. Et IR=eq: ideoque ER=2x. Probatur 1°.

In tribus prioribus *Binomiis*, A eſſe ⊐ √qX: Nam a, e ⊐̸; quare AR-IR, IR ⊐. Ergo per 18.

In tribus poſterioribus *Binomiis*, A eſſe ⊐ √qX: Nam a, e ſunt '⊐: quare AR-IR, IR ⊐. Ergo.

Probatur II°, A,E eſſe ɤ⊐̸,&c. Nam in *Bin*: I. A eſt ɤ⊐R; & E ɤ'⊐R: eſt enim AR, hoc eſt aq+eq ɤ. & ER, hoc eſt 2x'⊐aq+eq, per lem. 5.

In *Bin*: II, E eſt ɤ⊐R: & A ɤ'⊐R. Eſt enim ER, hoc eſt 2x ɤ: Et AR, hoc eſt, aq+eq, '⊐x, per lem. 5.

In *Bin:* III, A & E ſunt ɤ'⊐R: Eſt enim AR, hoc eſt ζ: & ER, hoc eſt, 2x, mr.

In *Bin*: IV, A eſt ɤ⊐R: & E ɤ'⊐R: eſt etiam AR, hoc eſt ζ, ɤ; & ER, hoc eſt, 2x, mr. Et

In *Bin:* V. VI, ſimiliter ex proprietatibus eorum poterit argui.

67. Si *Binomio* alicui A+E⊐ ſit B+C; Erit etiam *Binomium* ordine idem. Nam fiat A+E. B+C:: A.B::E.C,⊐, & quia A, E, ɤ⊐̸, etiam B,C ɤ⊐̸. per 14. & 16. Item per 15, Si A, √q: Aq-Eq⊐ ſit vel '⊐: Erit etiam B, √q: Bq-Cq: ⊐ vel '⊐.

68. Si

68. Si in 2ℯ *Bin:* II. III, a+e ⊤⊔ b+c: Erit *Bimediale* ordine idem. Nam fiat a+e. b+c::a.b.::e.c, ⊤⊔. Sunt autem a, e mr ⊤ʒ: Ergo b, c, mr ⊤ʒ per 24. Item a.c::aq. æ. Et b.c::bq.bc: quare aq.bq::æ.bc, ⊤⊔. Ergo si æ ɤ sit vel mr; Etiam bc ɤ vel mr erit.

69. 70. 71. Si in tribus posterioribus 2ℯ *Bin:* a+e ⊤ʒ b+c; Erit 2ℯ *Bin:* ordine idem. Nam fiat a+e. b+c::a.b::e.c, ⊤ʒ saltem. Sunt autem a, e ⊤ʒ. Ergo b, c ⊤ʒ. Item quia aq. bq:: eq. cq:: aq+eq. bq+cq, ⊤ʒ saltem: Si aq+eq ɤ vel mr; etiam bq+cq. erit ɤ vel mr. Denique quia aq.æ:: a.e:: b.c::bq. bc; erit aq.bq::æ.bc, ⊤ʒ saltem: Si æ ɤ sit vel mr; etiam bc ɤ vel mr erit.

72. 73. Si duo spacia ζ & 2æ componantur, quorum unum est ɤ, & alterum mediale; sitque ɤ majus; recta totum spacium potens erit 2ℯ *Bin:* I. vel IV. Sin mr majus; recta totum spacium potens erit 2ℯ *Bin:* II, vel V. Si vero duo spacia mr ⊤ʒ componantur: recta totum spacium potens erit 2ℯ *Bin:* III, vel VI. Nam si ad expositam R adplicetur AR+ER = ζ + 2æ, conjunctim & seorsim, nempe AR = ζ: & ER = 2æ; sive unum ex ipsis sit ɤ, & alterum mr: sive utrumque mr ⊤⊔. Clarum erit AR, ER esse ⊤⊔; ideoque A, E, ɤ ⊤ʒ. Quare si A ⊤⊔ √qX, erit A+E unum ex tribus prioribus *Binomiis*. Si verò A ⊤⊔ √qX, erit A+E unum ex tribus posterioribus *Binomiis*. Quodcunque autem ex ipsis sex fuerit; latus illius (quod etiam est √u: ζ+2æ:) erit 2ℯ *Bin:* ordine idem. per 55.56.57.58.59.60.

Principium Senariorum per detractionem.

74, 75, 76, 77, 78, 79. Si ab a majore nomine cujusvis ꝛ *Bin*: auferatur e nomen minus. Reliquum a-e erit ɣ, ꝛ *Apotome* ejusdem ordinis: vocaturque *vel Apotome*, *vel Residuum mediale primum*, *vel Residuum mediale secundum*, *vel Minor*, *vel Cum rationali totum mediale faciens*, *vel Cum mediali totum mediale faciens*.

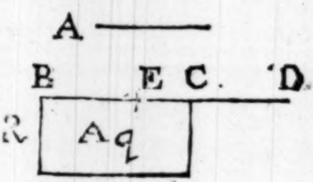
Nam Idem probari potest de ℭq, quod de ƺq probatum fuit, in 37, 38, 40, 41. Sed pro ꝛ *Apot*: III. vel VI, ad expositam R, fiant RP=ℭq: & RT=ƺ: Et RT-RP=2æ. Et reliqua fiant sicut in 39. & 42. Nam ƺ-2æ=ℭq.

80, 81, 82, 83, 84, 85. Lineis hisce sex ɣ a-e, ꝛ *Apot*: una tantum congruit recta linea e, pro minore nomine. Nam aliter constituatur linea ℭ, nempe a-e, etiam ex A-E. Per lem: 5, Z-ƺ=2Æ-2æ: At in ꝛ *Apot*: I. IV, Z-ƺ est ɣ, & 2Æ-2æ est ʍ. Et in ꝛ *Apot*: II. V, Z-ƺ est ʍ: & 2Æ-2æ est ɣ (per 37, 38, 40, 41:) quare eadem quantitas est ɣ & ɣ: quod est absurdum: In ꝛ vero *Apot*: III. VI. Quoniam (sicut est in 45 & 48) Si supponatur ɣℭ constitui ex a, e; fiatque RP=ℭq: RT=ƺ: & RT-RP=2æ: demonstratum est ɣP constitui ex nominibus T, T-P, ɣƔ. Item si iterum supponatur ɣℭ constitui ex A, E, aliis nominibus; fiatque RP=ℭq: RC=ƺ: & RC-RP=2æ. Similiter demonstrabitur ɣP constitui ex nominibus C, C-P (diversis a T & T-P) ɣƔ. Quod est contra priorem

rem partem hujus demonstrationis. Est enim ɤP *Apotome.*

86, 87, 88, 89, 90, 91, 92, 93, 94, 95, 96, 97, 98, 99, 100, 101, 102, 103, 104, 105, 106, 107, 108, 109, 110, 111. | demonstrantur verbatim fere de & sicut de ʒ. | 49, 50, 51, 52, 53, 54, 55, 56, 57, 58, 59, 60, 61, 62, 63, 64, 65, 66, 67, 68, 69, 70, 71, 72, 73.

112. Eadem linea ɤ non est *Apotome*, & *Binomium.* Nam esto A *Apotome*, puta ʒ *Apot*: I: Exposita R, fiat R$\times$BC$=$Aq. quare per 98 & 61, BC erit *Apotome* I; ei congruat CD. Sunt igitur BD, CD ɤ⊓; & majus nomen BD ⊓ R. Rursus ponatur A *Binomium*, puta *Rad*: *Bin*: I, fiatque R$\times$BC$=$Aq: Erit per 61 BC *Bin*: I: cujus nomina sint BE, CE, ɤ⊓; & BE ⊓ R. Sunt igitur & per 16, BD, BE, ED ɤ⊓: ideoque ED, CD ɤ⊓: quare CE *Apot*: ɤ At CE fuit & ɤ. Quod est absurdum.

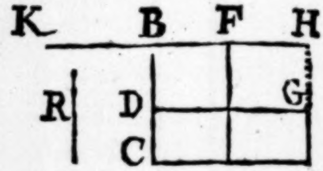


113, 114. Rq applicatum ad *Binomium*, latitudinem facit *Apotomen.* Sed applicatum ad *Apotomen*, latitudinem facit *Binomium.* Utrobique autem nomina sunt ⊓ proportionalia, & utriusque ordo idem. Nam in utroque Schemate, fiat BC$\times$BF $=$Rq$=$DC$\times$BH ɤ⊓. Est igitur BC.DC:: BH.BF: Et (BC ∽ DC) BD. DC::(BH ∽ BF) FH. BF. His sic ordinatis,

Pro 113, Esto *Binomium* aliquod BC, scil: BD+DC: fiatque FH-BF. BF:: EF. BK. Est igitur

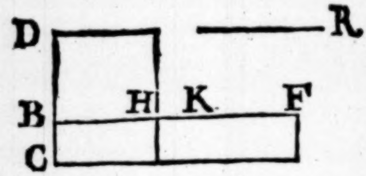
 (BF

(BF+BK) FK. BK:: FH. BF:: BD. DC, ɤ ⅎ. Quare FK, BK ⅎ. Item (FK+FH) HK. FK:: (BK+BF) FK. BK, ⅎ. Et HK. BK:: HKq. FKq:: FKq. BKq ⊐. Unde & per 16, HK, BK, BH ⊐: At BH ɤ: quare HK, BK ɤ ⊐: Et FK, BK ɤ ⅎ.



Ergo per def: FK-BK, scil. BF est *Apotome*.

Pro 114. Esto *Apotome* aliqua BC, scil. DC-BD: fiatque FH. BF:: HK.FK:: (FH-HK. BF-FK) FK. BK:: FH. BF:: BD.DC ɤ ⅎ. Quare HK. FK:: FK. BK ⅎ: Et HKq, FKq ⊐. Unde & per 16, HK, BK, BH ⊐. At BH ɤ: Itaque BK ɤ, & FK, BK ɤ ⅎ. Ergo per def: BK+FK, scil. BF. est *Binomium*.

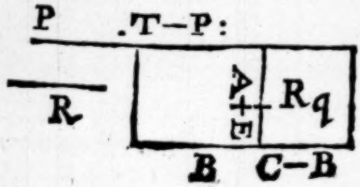


Secundò DC, BK ⊐: Et BD, FK ⊐. Nam BK ⊐ BH ⊐ DC. Et DC. BK:: BD. FK. Ergo

Tertio Proportionalia.

Quarto sunt in eodem ordine; per 15 & 14.

115. Si *Apotomes* T-P, & *Binomii* A+E nomina sint ⊐ & proportionalia: Nempe T. A ⊐:: P. E ⊐: Dico ▭ T-P in A+E esse ɤ. Nam exposita R, fiat A+E in C-B=Rq. Est igitur C-B *Apotome*; Et A. C ⊐:: E. B ⊐. per 113: Quare

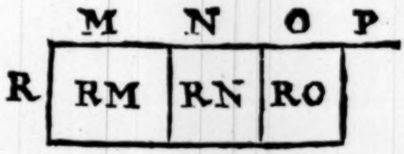


C. T.

C.T⊓⊔:: C-B. T-P⊓⊔ : : A+E in C-B ꝟ. A+E in T-P etiam ꝟ. Et √q: A+E in T-P: ꝟ.

116. A Mediali M fieri poterunt innumeræ lineæ ꝟ, quæ nec Mediæ ſunt, nec ullæ ex bis ſenis antedictis. Nam expoſita R, fiat MR; & ſit N=√q MR. Dico N eſſe ꝟ, per lem: 1: at nec mediale; per 23: nec ullam ex bis ſenis, per *61*, *62*, *63*, *64*, *65*, *66*, & *98*, *99*, 100, 101, 102, 103.

Deinde fiat RN. & ſit O=√q RN: Dico O ꝟ nec Mediale eſſe, nec ullam ex bis ſenis illis.



Tertio fiat OR, & ſit P=√q OR: Dico P ꝟ eſſe nec Mediale, nec ullam, &c. Et ſic in infinitum. Neque etiam ꝟ N, O ſunt eædem. Nam N=√q MR. & O=√q NR: &c.

117. Diameter quadrati eſt lateri incommenſurabilis: Nam alias ſi ſit ⊓⊔: eſto Diameter ad Latus, ut numerus D ad numerum L; ſintque minimi termini in eadem ratione: Et ipſorum quadrata ſunt verè numeri quadrati. At verò L non poteſt eſſe 1; quia quadratum diametri ad quadratum lateris eſt ut 2 ad 1: ideoque 2 eſſet numerus verè quadratus. Nec poteſt L eſſe numerus aliquis multitudinis: quia cùm ſit Dq.Lq::2.1:& Lq metiatur Dq; etiam L. metietur D: ideoque D & L non erunt rationis ſuæ termini minimi: Eſt enim numerus multitudinis maxima utriuſque communis menſura.

Finis Elementi decimi EUCLIDIS.

De Solidis Regularibus, *Tractatus.*

1. FIGURA quævis polygona rectilinea dividitur in triangula duobus pauciora, quam eſt numerus laterum. Nempe quadrangulum dividitur in duo triangula: quinquangulum in tria, &c.

2. Quare ſi è numero laterum tollatur 2, & reliquus duplicetur: vel ſi è numero laterum duplicato tollatur 4: habebis *ſummam angulorum rectorum* in rectilinea quavis figura interius comprehenſorum. Sic triangulum intra ſe continet duos rectos: quadrangulum quatuor, quinquangulum ſex: &c.

3. Figuræ autem cujuſvis rectilineæ anguli exteriores omnes æquantur quatuor rectis.

4. Quare ſi quatuor anguli recti dividantur per numerum laterum, ſive angulorum: quotus erit quantitas *unius anguli exterioris*, in figura rectilinea ordinata. Sic angulus exterior in trigono ordinato eſt $\frac{4}{3}$ recti, ſive grad: $\frac{360}{3}$, in tetragono ordinato $\frac{4}{4}$ recti, ſive gradus $\frac{360}{4}$: in pentagono ordinato $\frac{4}{5}$ recti, ſive gradus $\frac{360}{5}$, &c.

5. Si quantitas anguli exterioris tollatur ex duobus rectis: vel ſi ſumma angulorum rectorum interiorum dividatur in numerum laterum: habebis quantitatem *unius anguli interioris*, in figura rectilinea ordinata.

dinata. Sequitur pars prior ex 4:poſterior ex 2. Exempli gratia, In octogono ordinato, anguli unius exterioris quantitas eſt $2-\frac{4}{8}$ vel Gra: $180-\frac{360}{8}$. Item 8)12(1 $\frac{1}{2}$ recti: vel Gra: 8) $12{\times}90$(135.

6. Numerus angulorum planorum in ſolido quovis regulari, invenitur multiplicando numerum angulorum planorum unius baſis in numerum baſium. Nempe anguli plani ſunt, in (4), $3{\times}4$: in (6), $4{\times}6$: in (8), $3{\times}8$: in (20), $3{\times}20$: in (12), $5{\times}12$.

7. Numerus angulorum ſolidorum in ſolido quovis regulari, invenitur dividendo numerum angulorum planorum in ſolido illo, per numerum angulorum planorum circa unũ angulum ſolidum. Nempe anguli ſolidi ſunt in (4), $\frac{3\times4}{3}$: in (6), $\frac{4\times6}{3}$: in(8) $\frac{3\times8}{4}$: in (20), $\frac{3\times20}{5}$: in (12), $\frac{5\times12}{5}$.

8. Numerus linearum lateralium in ſolido quovis regulari, eſt ſemis numeri angulorum planorum in illo ſolido. Atque hic etiam eſt numerus rectangulorum, ſub latere, & lineâ perpendiculari è centro baſis in latus. Nam unaquæque linea lateralis duobus inſervit angulis.

9. Quare rectangulum ſub latere, & linea perpendiculari è centro baſis in latus, eſt ſuperficiei totius, in (4), $\frac{1}{6}$: in (6) & (8), $\frac{1}{12}$: in (20) & (12), $\frac{81}{30}$. Eſt 6 & 7 e 14.

10. Solidum quodque regulare æquale eſt ſuperficiei ſuæ trienti ducto in lineam perpendicularem è centro ſuo in baſem.

11. Si linea 5 ſecetur ſecundum extremam & mediam

diam rationem, ut σ ſit majus ſegmentum, & τ minus: Dico $\sigma q = \varsigma\tau = \sigma\tau + \tau q$. per 11 & 3 e 2.

12, $Q{:}\,\tfrac{1}{2}\varsigma + \sigma{:} = 5Q{:}\,\tfrac{1}{2}\varsigma$. Nempe $\tfrac{1}{4}\varsigma q + \varsigma\sigma + (\sigma q)\ \varsigma\tau$. Eſt 1 & 2 e 13.

13. $Q{:}\,\tfrac{1}{2}\sigma + \tau{:} = 5Q{:}\,\tfrac{1}{2}\sigma$. Nempe $\tfrac{1}{4}\sigma q + (\sigma\tau + \tau q)\ \varsigma\tau$. Eſt 3 e 13.

Quare $\sigma.\tau :: \tau.\sigma-\tau$. Nam (per 11.) $\sigma q - \sigma\tau = \tau q$.

14. $\varsigma q + \tau q = 3\sigma q$. Nempe $\sigma q + (2\sigma\tau + \tau q + \tau q)\ 2\varsigma\tau$. Eſt 4 e 13.

15. $\varsigma+\sigma.\varsigma :: \varsigma.\sigma$. Nempe $\varsigma+\sigma.\varsigma :: \sigma+\tau.\sigma$. Eſt 5 e 13.

16. Si ς ſit ɤ, σ erit *Apotome*. Nam quia per 13, $\tfrac{1}{2}\varsigma+\sigma.\,\tfrac{1}{2}\varsigma :: \sqrt{q5}.\,1$: Erunt $\sigma+\tfrac{1}{2}\varsigma, \tfrac{1}{2}\varsigma$ ɤ ꝗ, per def: 6 e 10. Et per 37 e 10, erit $\sigma+\tfrac{1}{2}\varsigma+\tfrac{1}{2}\varsigma$ *Binomium*. Ergo per 74 e 10, $\sigma+\tfrac{1}{2}\varsigma-\tfrac{1}{2}\varsigma$ *Apotome*, hoc eſt σ.

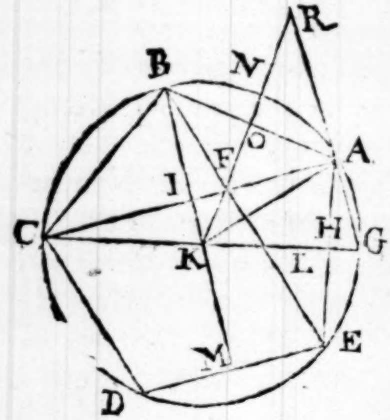
Item ſi ς ſit ɤ, τ erit *Apotome*. Nam per 61 & 98 e 10, $\frac{\sigma q}{\varsigma\text{ɤ}}$ (hoc eſt τ) *Apotome*. vide 14. Eſt 6 e 13.

17. Si ς ſit ſubtendens angulum pentagoni ordinati; erit σ latus pentagoni. Dico in Schemate, AC. CF :: CF. AF: Et CF = CB = AB. Nam quia trianguli BCF, omnes tres ang: = $\tfrac{10}{5}$ recti: è quibus ang: BCF = $\tfrac{2}{5}$ recti; & ang: CBF = $\tfrac{4}{5}$ recti: tertius igitur ang: CFB = $\tfrac{4}{5}$ recti: quare CF = CB = AB. Et quia liquet tri: ACB, BAF ſim: Erit AC.AB :: AB. AF: Ergo. Eſt 8 e 13.

Conſect. Et ſi ex angulo B per centrum, ad oppoſitum latus pentagoni, ducatur BKM, ſecans ipſam AC in I: ſecabitur etiam linea BM ſecundum extremam & mediam rationem in puncto I. Nam quia in tri: EBM, lateri EM parallela eſt FI: erit per 2 e 6, IM. IB :: FE. BF :: CF. EA. Ergo.

18. Si

18. Si circuli alicujus radius σ , erit τ latus decagoni. Nam quia arcus ABC=2GAN , erit ang: RKG=KGA=KAG : ideoque tri: RGK, KAG ſim. Eſtque RG KG:: KG. AG. Atque AR =KG , quia ang: $\frac{1}{2}$RKG=KRG. Secatur igitur RG ſecundum mediam & extremam rationem in puncto A. Ergo latus decagoni AG eſt minus ſegmentum. Eſt 9 e 13. Quare etiam ſi ς ſit Radius, erit σ latus decagoni.



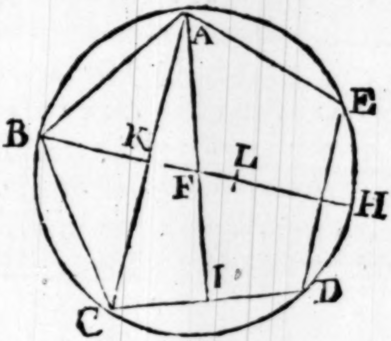
19. Perpendicularis KH vel KO , a centro in latus pentagoni ordinati, æquatur ſemiſummæ Radii & lateris decagoni, Nempe KO=$\frac{1}{2}$RG=$\frac{1}{2}$KR. Nam quia KR=RG ; ſublato utrinque radio , manebit RN=AG. Eſtque KO=RO , per 2 e 3. Eſt 1 e 14.

20. Quadratum lateris pentagoni ordinati, minus quadrato Radii, æquatur quadrato lateris decagoni: Nempe AEq-KGq=AGq. Nam quia AHq+GHq =AGq: Et quia KG ſecatur med: & extr : ratione in L ; eſtque KL=AG : Erit AEq+GLq=4AGq : Et per 14, KGq+GLq=3AGq. Fiat ſubductio. Eſt 10 e 13.

21. Quadratum lateris pentagoni, plus quadrato lineæ

lineæ ſubtendentis angulum pentagoni, æquatur quinque quadratis Radii. Nempe in ſchemate præcedente, AEq+CAq=5KGq. Nam CAq+AGq=4KGq: & per 23, AEq-AGq=KGq. Fiat additio. Eſt hæc 3 e 14.

22. Si circuli Radius ſit rationalis, latus pentagoni inſcripti erit irrationale, Nempe Minor. Nam quia triang: rect: AIC, AKF ſim: erit CI. $\frac{1}{2}$AC::KF. $\frac{1}{2}$AF: ideoque 2CI. CK::KF. $\frac{1}{4}$AF=FL, qui quadrans eſt Radii: Et CD+CK. CK:: KL.FL. At per 17, ſi CD ſit σ, CK erit $\frac{1}{2}$ς: quare ſi FK ſit σ, FL erit $\frac{1}{2}$ς: & per 12, KLq=5FLq. Eſt autem BLq=25FLq: quare BL. KL:: √q25. √q5, ϰ ꝗ, per def: 6 e 10: Et ſic ipſorum quadrata: unde etiam BLq. BLq-KLq:: 25. (25-5) 20:: 5. 4: Et BL. √u: BLq-KLq:: √q5. 2, ⊏⊐. Quare BL-KL, nempe BK eſt ϰ *Apotom*: IV, per def: & 47 e 10: quippe oſtenſum eſt, A, E ϰ ꝗ; A⊏⊐.√X.; & A⊏⊐R. Item BCq=BKq+CKq=BKq+BK×BH (per 35 e 3) =ϰBK×ϰBH. Ergo per 95 e 10, BC eſt ♃ *Apot*. IV, hoc eſt Minor. Eſt 11 e 13.



23. In triang. rect. cujus Hypotenusa Z dividitur in segmenta A,E, perpendiculari ex angulo recto demisso, Erit 1°, ZA=Bq: & ZE=Cq. & AE=mq.

II°, A.E::Aq.mq::mq.Eq:: Bq.Cq.
III, Z.A:: Zq.Bq:: Bq.Aq::Cq.mq.
IV°, Z.E::Zq.Cq::Cq.Eq:: Bq.mq.

24. Si triangulum æquilaterum inscribatur circulo: 1° perpendicularis è centro in latus æquatur $\frac{1}{2}$ Radii. Ideoque altitudo Δ^i, sive perpendicularis è vertice in basem æquatur $\frac{3}{2}$ Radii.

2°, Q: dia. Q: lat: Δ^i:: 4.3: ideoque Q: Rad. Q: lat: Δ^i:: 1.3. Est 12 e 13.

3°, Q: lat. Q: alt: Δ::4.3. sc: 3. $\frac{9}{4}$. Est 12 e 14.

4°, Area trianguli æquilateri $\sqrt{\frac{27}{16}}$, æquatur quadrato mediæ proportionalis inter altitudinem & semissem lateris: vel inter latus & $\frac{1}{2}$ altitud. Est 29 e 14.

5°. Q. lat: Δ^i. Q: perpend: à cent: in bas:: 3. $\frac{1}{4}$. Est 18 e 14.

25. Si quadratum inscribatur circulo: latus ipsius erit $\sqrt{2}$: Et Q: lat: $\square^i$. Q: dia:: 1.2.

26. Si eidem circulo inscribatur, tum triangulum æquilaterum, tum quadratum: 1°, Q: lat: Δ^i. Q: lat: $\square^i$::3.2: per 24 2°, & 25. Est 16 e 14.

2°, Q: alt: Δ^i. Q: lat: $\square^i$:: 9.8: per 24 3°, & 26 1°.

3°, Δ. $\square$:: $\sqrt{27}$. 8: scil: $\sqrt{\frac{27}{16}}$. $\sqrt{4}$.

27. Latera quinque solidorum regularium exponere,

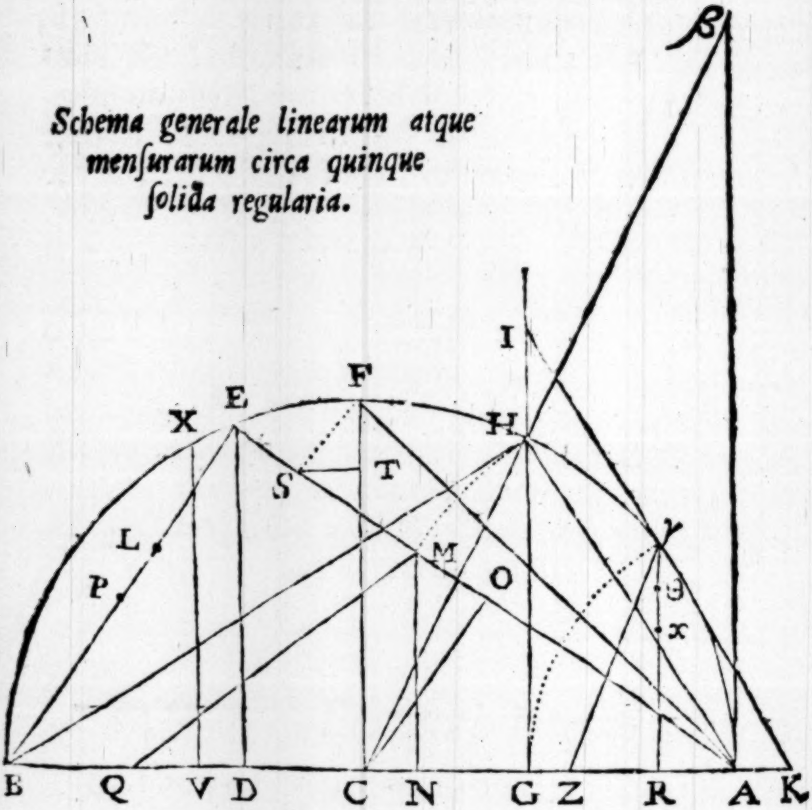
nere, & inter ſe comparare. Eſt 13,14,15,16,17,18, e 13. Eſto AB vel ipſi perpendicularis Aβ, axis ſphæræ,& C centrum: ducatur Cβ ſecans circulum ſphæræ in H; ducaturque HG parallela ipſi Aβ: eritque GH=2CG; & per 47 e 1, Rq=5Q: ½ HG; & per 12, ſi HG ſit ς, AG eſt σ; & per 18, ſi HG ſit Radius, erit AG latus decagoni; & per 20, AH latus pentagoni.

Menſuretur CV=CG; & VX=GH. Et è centro erigatur CF; jungaturque AF. tum dividatur axis AB trifariam, ſic ut BD ſit $\frac{1}{3}$, & AD $\frac{2}{3}$: ducanturque perpendicularis DE, & chordæ AE, BE. Secetur BE med: & extr: ratione in puncto L.

Statuaturque GI=BE; & IK ipſi AH parallela: Et ſic erit GK=BL ſegmentum majus.

Schema

Schema generale linearum atque mensurarum circa quinque solida regularia.



His diligenter memoriæ mandatis, ad ipsa quinque corpora regularia declaranda pergemus.

28. De Tetraëdro. Latus (4) est AE; & DE Radius circuli ambientis basem ipsius triangulam. Nam per 23 IV°, AEq. DEq :: AB. BD :: 3.1 :: Q: lat. Δi. Q: Rad: per 24 2°. Et CD & perpendicularis è centro sphæræ in basem, scil: $\frac{1}{6}$ axis. Et $\frac{1}{2}$ DE est perpendicularis è centro basis in latus, per 24 1°.

29. De Hexaëdro. Latus (6) Est BE vel GI. Nam per

per 23 IV, ABq.BEq::AB.BD::3.1. Et quia per 23 II°, AEq=2BEq: erit ABq=3BEq(hoc est quadratũ diagonii Cubi æquatur tribus quadratis lateris): Estque per 25, Q:lat:□i. Q:dia circ::1.2::BEq AEq. Quare $\frac{1}{2}$AE est Radius circuli ambientis basem triangulam(6). Liquet etiam quod $\frac{1}{2}$BE æquatur perpendiculari, tum è centro sphæræ in basem, tum è centro basis in latus. Denique quia ABq.BEq::6.2::Q: axis. Q:lat:(6):Erit 2 Q: axis=6Q:lat(6); quæ superficies est Cubica.

30. De Octaëdro. Latus(8)est AF vel AS. Nam(8) constat duabus pyramidibus quadrangulis, quarum altitudo est semiaxis: & Q: axis. Q:lat (8) ::2.1. Et quia per 24 2°, Q:lat△i, quod est Q:lat(8). Q:diam: circuli ambientis::3.4. Erit Q: axis. Q: diam::3.2. Ductaq; ST parallela axi, quia ASq.CTq::ABq.BEq:: 3.1: Estque ASq=AFq=$\frac{1}{2}$ABq: quare CTq=$\frac{1}{2}$BEq =$\frac{1}{4}$AEq: ideoque CT=$\frac{1}{2}$AE; qui radius est circuli ambientis tum basem(6), tum basem (8). Et si AS vel AF sit latus △i, erit CT Radius circuli ambientis per 24 2°: Et $\frac{1}{2}$CT perpendicularis è centro △i in latus, per 24 1°. Est autẽ superficies (6)=12BE×$\frac{1}{2}$BE: & superficies (8)=12AF×$\frac{1}{2}$CT, quod satis liquet: Quare BE×$\frac{1}{2}$BE. AF×$\frac{1}{2}$CT::superf:(6). superf:(8):: (6).(8)::BE.AC. Est 27 e 14. Quoniam AFq.ACq:: BEq. CTq=$\frac{1}{2}$BEq.

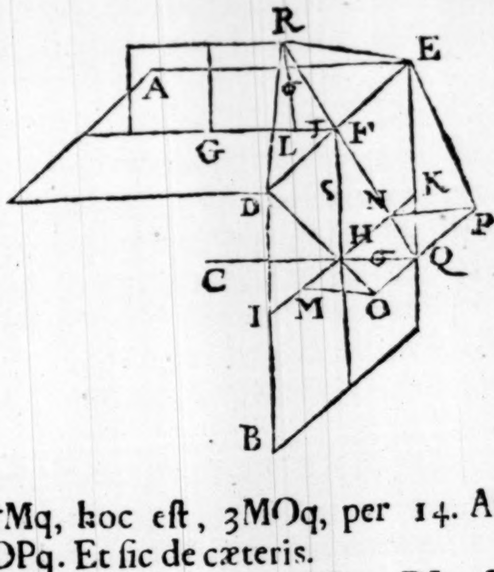
31. De Icosaëdro. Latus(20) est AH vel AM. Nam Radiis GH & VX æqualibus cogitentur duo circuli describi, perpendiculariter insistentes plano AHXB: atque in ipsis includi, tum pentagonum ordinatum lateris AH, tum decagonum lateris AG: sic ut pun-

ctum H ſit angulus pentagoni, & X decagoni : unde anguli pentagoni in uno circulo perpendiculariter imminebunt angulis decagoni in altero, ad diſtantiam GV = GH. Et è ſingulis angulis unius pentagoni ducantur duæ hypotenuſæ ad angulos alterius utrinque proximos : Item ex ſingulis angulis utriuſque pentagoni, in proximum axis terminum A vel B, ducantur hypotenuſæ: quæ quidem omnes, hypotenuſæ erunt triangulorum rectangulorum, quorum Cathetus æqualis eſt Radio GH, & baſis lateri decagoni AG; ideoque ſingulæ æquales lateri pentagoni AH. Quare deſcripta erit figura conſtans 20 triangulis æquilateris & æqualibus. Includi autem angulos illos omnes ſphæra, patet ex angulo H : nam circumvolutus ſemicirculus AHXB reliquos ſimiliter angulos perſtringet. Eſt igitur GH Radius circuli ambientis pentagonum (20); & √r quia 5.1::GHq.GHq: eſt autem CH = ½AB, & CG = ½GH : Atque idcirco AH latus(20) eſt √r, nempe Minor, per 25. Tum demiſſa MN perpendiculari in axem, ſtatuatur MQ = AC, ½ axis : erit MN Radius circuli circa baſem, per 24 2°; quia AM.MN::AE.DE::3.1: Et ½ MN perpendicularis è centro baſis in latus, per 24 1°: Et NQ perpendicularis è centro ſphæræ in baſem: quia ibi Q eſt inſtar centri ſphæræ. Denique BEq. GHq::5. 3: Nam BEq. ABq::1.3: & ABq. GHq::CHq. CGq:: 5.1.

32. De Dodecaëdro. Latus (12) eſt BL vel GK, in præcedente ſchemate : & BE vel GI (latus (6)) ſubtendit angulum baſis pentagonæ (12). Nam in ſequente ſchemate, deſcribantur duæ baſes (6), AD,

EB

EB, quarum commune latus est DE; & centrum sphæræ C; & centrum basis unius G, alterius H. A centro G ducatur GF perpendicularis lateri DE; & per centrum H ducatur IHK ipsi DE parallela Erunt igitur GF, HI, HK, semisses lateris (6): secentur singulæ in στ punctis L, M, N; ut majus segmentum sit ubique centro proximum: & in punctis L, M, N, erigantur tres perpendiculares LR, MO, NP, æquales ipsi majori segmento: & ducatur OP, latus (12): est enim IK.OP::ς.σ::BE.BL, schematis præcedentis. Ducantur etiam DO, DR, EP, ER, quæ cum OP includunt pentagonum, basem quidem (12). Nam



1°. Pentagonum DOPER est in uno plano: Est enim RFQ una recta linea, per 32 e 6.

2°, Est æquilaterum: est enim DOq = MOq pl. DI q+Mq, hoc est, 3MOq, per 14. At etiam 4MOq=OPq. Et sic de cæteris.

3°, Est equiangulum. Est enim DPq=DIq pl. INq+NPq, hoc est, 3DIq, per 15 & 14. At etiam 4DIq=DEq. Et sic de cæteris.

4°, Circumscribitur sphæra; Est enim CPq= CQq+QPq, hoc est, 3CHq, per 15 & 14. At

Q: axis.Q:lat(6)::3.1::Q:$\frac{1}{2}$axis.Q:$\frac{1}{2}$lat(6). Et ſic de reliquis.

5°, Circa (6) deſcribentur 12 ejuſmodi pentagona: Cum enim per II, ſint in (6) latera 12; unicuique lateri ſuum adhærebit pentagonum; ſicut intuenti perſpicuum erit.

6°, Latus (12) eſt Apotome: Eſt enim DE latus (6) ɤ ꟻ axi: at per 16, ſi ϛ (DE) ſit ɤ, σ (OP) erit Apotome.

His ſic oſtenſis, ad prius illud ſchema redeundum denuò erit: In quo menſuretur Kγ=KG=BI. lateri(12): & demittatur γR. Erit per 20, γR Radius circuli circa baſem pentagonam: Et per 19, Rθ, ſcil. $\frac{1}{2}$Rγ+$\frac{1}{2}$RK, eſt perpendicularis è centro baſis in latus. Eſt autem Rγ=MN: Nam quia (3BEq)3GIq=Q: axis=5GHq, erit 5.3::GIq. GHq :: GKq. GAq:: GIq+GKq.GHq+GAq: hoc eſt, per 17 & 21: 5Rγq. AMq=3MNq, per 23 IV°. Quare 3×5Rγq= 5×3MNq. Eſtque QN perpendicularis à centro ſphæræ in baſem. Eſtque ſuperficies(20)=30 AH×$\frac{1}{2}$MN: & ſuperficies(12)=30GK×Rθ, quod ſatis conſtat. Quare AH×$\frac{1}{2}$MN.GK×Rθ::ſuperf.(20).ſuperf. (12):: (20).(12).

33. Si axis ſphæræ æqualis ſit, tum √u: ϛq+σq unius lineæ, tum √u:ϛq+τq alterius lineæ: erit σ latus (20); & τ latus (12) Nam in Schemate priore generali, ϛ.σ::GH. AG::BH. AH: At ABq=BHq+AHq. Item ABq=3BEq=Q:BE+BL : pl BLq: hoc eſt 3ϛq=Q:ϛ+σ:pl σq. Eſt enim σq=ϛτ. Eſt 23 e 14.

34. √u:ϛq+σq. √u:ϛq+τq::lat (6). lat (20) hoc eſt, Kγ.Zγ::BE.AH, vel GI. AM: ſecta ſcil. KZ=Rγ med: & extr: ratione in puncto R. Nam per 23 IV°,

AMq$=$3Rγq: Et per 17, Zγq$=$3RKq. Quare AM. Zγ::Rγ. RK::ς.σ::GI.KG. Eſt 10 e 14.

35. Latus (6). Latus (20)::ſuperf (12). ſuperf (20). hoc eſt GI. AM::KG$\times$Rθ. AM$\times\frac{1}{2}$Rγ. Nam KG$\times$R$\theta=$GI$\times\frac{1}{2}$Rγ. Eſt enim GI.KG::ς.σ::Rγ+RK. Rγ::($\frac{1}{2}$R$\gamma+\frac{1}{2}$RK) Rθ. $\frac{1}{2}$Rγ, per 18. Eſt 9 e 14.

36. Q:perpendic:è centro ſphæræ in baſem (4). Q: perpend: è centro ſpæræ in baſem (8) :: 1.3:: CDq.$\frac{1}{4}$BEq.

37. Q: lat (4). Q: lat (8)::Baſis (4). Baſis (8). Nam AEq ABq::2.3: Et ABq.AFq::4.2. Eſt 14 e 14. Hinc conſectarium eſt,

quod, Superf (4). ſuperf (8)::2.3: ſcil. 4$\times$4.8$\times$3.

38. Q: (4).Q: (8) ::4. 27. per 36 & conſect: 37 Nempe $\times\left\{\begin{matrix} 1.3 \\ 4.9 \end{matrix}\right\}$. Eſt 17 e 14.

39. Baſis (6). Baſis (8)::8.$\sqrt{}$27: Nempe $\frac{4}{1}$.$\sqrt{\frac{3}{4}}$.

40. Baſis (4). Baſis (6)::$\sqrt{}$3.2::altit:Δ^i(4).latus Δ^i(4): nempe $\frac{1}{2}$BE.AE. Eſt 30 e 14.

41. Superf (4). Superf (6) ::1. $\sqrt{}$3: Nempe $\sqrt{\frac{4}{3}}\times$4 8: hoc eſt, Δ^m (4)$\times$4.2Q: axis.

42. Tria (4)$=$(6): per 41 & 36: Nempe $\times\left\{\begin{matrix} 1.\sqrt{}3 \\ 1.\sqrt{}3 \end{matrix}\right\}$ eſt 32 e 14. Hinc conſectarium eſt,

Quod $\left\{\begin{matrix} \text{Priſma baſis \& altitudinis (4)=(6). Et} \\ \text{Pyramis baſis \& altitudinis (6)=(4).} \end{matrix}\right.$

43. (8).3 (4)::latus (8). latus (4): Nempe 2. ($\sqrt{\frac{16}{27}}\times$3) $\sqrt{\frac{16}{3}}$::$\sqrt{}$2.$\sqrt{\frac{8}{3}}$. Eſt 22 e 14.

44. Si latus (8)$=\sqrt{}$u:σq+τq, erit latus (20) $=\sqrt{}$2τq. Nam BH+HA ſecatur med: & extr: ratione in H: Eſtque 2σq+2τq$=$2AFq$=$ABq$=$

BHq+AHq. Ergo AHq=2τq. Eſt 24 e 14.

45. Si latus (8)=√u:$\frac{1}{2}$ςq+$\frac{1}{2}$τq, Erit latus (12) =τ. Nam GI+GH ſecatur med: & extre: ratione in G: Eſtque ςq+τq=2AFq=ABq=3GIq=Q: GI+GK:+GKq. Ergo GKq=τq. Eſt hæc 25 e 14.

46. Si latus (4)=√u: σq+τq, erit latus (20) =√$\frac{3}{2}$τq. Nam BH+HA ſecatur media & extr: ratione in H: & $\frac{3}{2}$σq+$\frac{3}{2}$τq=$\frac{3}{2}$AEq=ABq=BHq +AHq. Ergo AHq=$\frac{3}{2}$τq. Eſt hæc 26 e 14.

47. Si latus (6)=√u: σq+τq, erit latus (20) =√3τq. Nam BH+AH ſecatur med. & extr. ratione in H: & 3σq+3τq=3GIq=ABq=BHq+AHq. Ergo AHq=3τq

48. Si latus (6)=√u: ςq+τq, erit latus (12) =√3τq. Nam GI+GK ſecatur med. & extrem. ratione in H: & 3ςq+σq=3GIq=Q: GI+GK:+ GKq. Ergo GKq=3τq.

49. Si axis ſphæræ ſit ᴚ, ſuperficies tum (4), tum (8), erit mᴚ. Nam quia 3.2::Q:axis. AEq:erit Q: lat.(4)=$\frac{2}{3}$Q:axis:eſt etiam Q:lat.(8)=$\frac{1}{2}$Q:axis: ſcil. utrumque ᴚ: quare & ipſorum latera ſunt ᴚ. At in Δº, per 24 3º, Latus. altitud::2.√3, ᴚ ⊐. ergo per 22 e 10, area Δⁱ eſt mᴚ. Eſt 13 e 14.

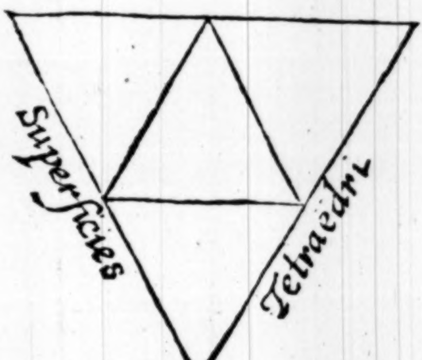
Notandum autem, quod in his quæ tum de elemento X, tum de V corporibus regular. ſcripta ſunt, propoſitionum numerus eſt juxta Ch: Clavium.

Corporum

Corporum quinque regularium mensuræ, ad axem sphæræ 2. Consulatur Schema generale.

I. *In Tetraëdro.*

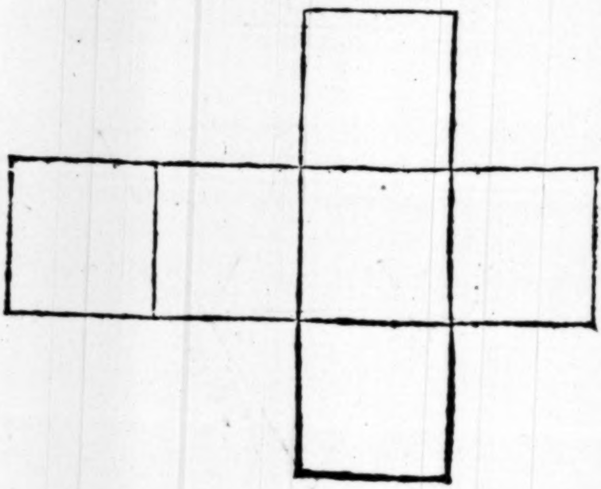
AE latus (4), est $\sqrt{\frac{8}{3}}$: 1,632932.
DE semidiameter circuli ambientis basem triangulam (4), est $\sqrt{\frac{8}{9}}$: 0,942809.
Altitudo basis (4), est 1,414213.
Area basis (4), est 1,154657.
Superficies (4), est 4,618628.
CD perpendicularis è centro sphæræ in basem (4), est $\frac{1}{3}$, 0,333333.
Soliditas (4), est 0,513216.



II. *In Hexaëdro.*

BE latus (6), est $\sqrt{\frac{4}{3}}$; 1|154700.
CT est semidiameter circuli ambientis basem quadrangulam (6), $\sqrt{\frac{2}{3}}$: 0|816490.
Area basis (6), est $\frac{4}{3}$: 1|333333.
Superficies (6), est 8 : Nempe bina quadrata axis sphæræ.
$\frac{1}{2}$BE perpendicularis è centro sphæræ in Basem (6) est $\sqrt{\frac{1}{3}}$: 0|577175.
Soliditas (6), est 1|539600.

Superficies Hexaëdri.

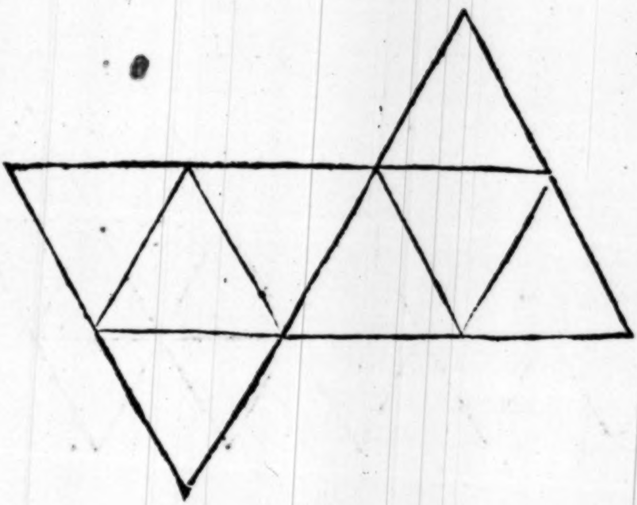


III.

III. *In Octaëdro.*

AF latus (8), eſt $\sqrt{2}$: 1(414213.
CT eſt ſemidiameter circuli ambientis baſem triangulam (8), eſt $\sqrt{\frac{2}{3}}$: 0(816490.
Altitudo baſis (8), eſt 1(224735.
Area baſis (8), eſt 0(866018.
Superficies (8), eſt 6(928144.
$\frac{1}{2}$ BE perpendicularis è centro ſphæræ in baſem (8), eſt $\sqrt{\frac{1}{3}}$: 0(577175.
Soliditas (8), eſt 1(333333.

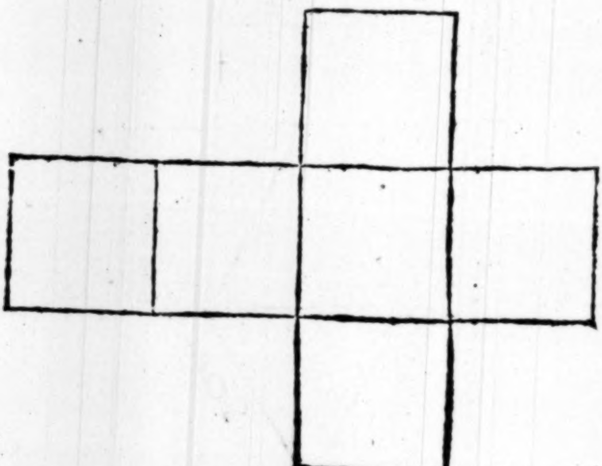
Superficies Octaëdri.



II. *In Hexaëdro.*

BE latus (6), est $\sqrt{\frac{4}{3}}$; 1 154700.
CT est semidiameter circuli ambientis basem quadrangulam (6), $\sqrt{\frac{2}{3}}$: 0 816490.
Area basis (6), est $\frac{4}{3}$: 1 333333.
Superficies (6), est 8 : Nempe bina quadrata axis sphæræ.
$\frac{1}{2}$BE perpendicularis è centro sphæræ in Basem (6) est $\sqrt{\frac{1}{3}}$: 0 577175.
Soliditas (6), est 1 539600.

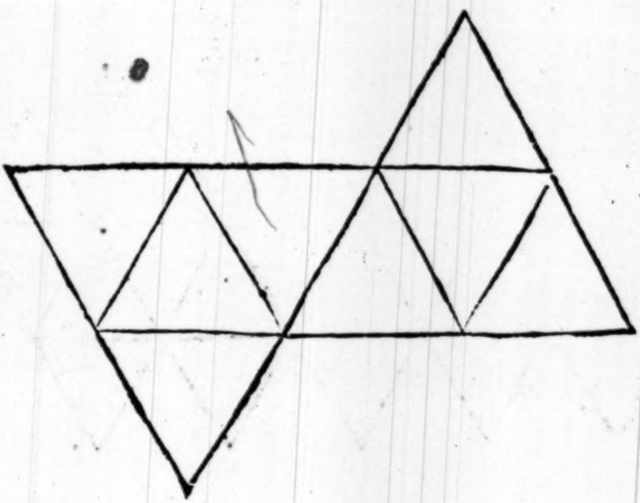
Superficies Hexaëdri.



III. *In Octaëdro.*

AF latus (8), est $\sqrt{2}$: 1(414213.
CT est semidiameter circuli ambientis basem triangulam (8), est $\sqrt{\frac{2}{3}}$: 0(816490.
Altitudo basis (8), est 1(224735.
Area basis (8), est 0(866018.
Superficies (8), est 6(928144.
$\frac{1}{2}$ BE perpendicularis è centro sphæræ in basem (8), est $\sqrt{\frac{1}{3}}$: 0(577175.
Soliditas (8), est 1(333333.

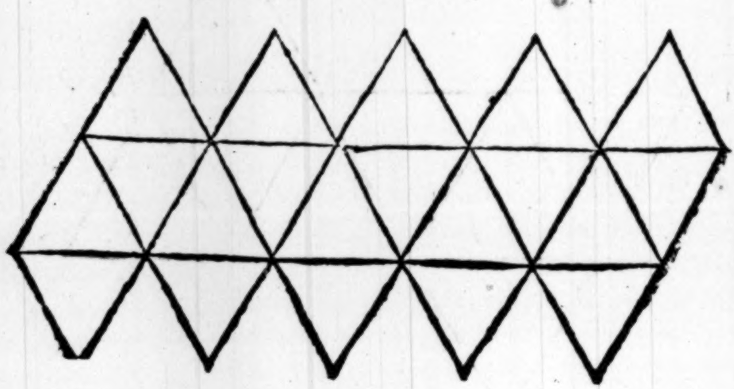
Superficies Octaëdri.



IV. *In Icosaëdro.*

AH latus (20), est $\sqrt{u}$: $2-\sqrt{\frac{4}{5}}$: 1,105573.
MN = $R\gamma$ semidiameter circuli ambientis basem triangulam (20), est $\sqrt{u}$: $\frac{2}{3}-\sqrt{\frac{4}{45}}$: 0,607062.
Altitudo basis (20), est 0,910593.
Area basis (20) est 0,503362.
Superficies (20), est 10,067240.
QN perpendicularis è centro sphæræ in basem (20), est $\sqrt{u}$: $\frac{1}{3}+\sqrt{\frac{4}{45}}$: 0,794654.
Soliditas (20), est 2,666658.
GH semidiameter circuli ambientis pentagonum (20), est $\sqrt{\frac{4}{5}}$: 0,894427.

Superficies Icosaëdri.

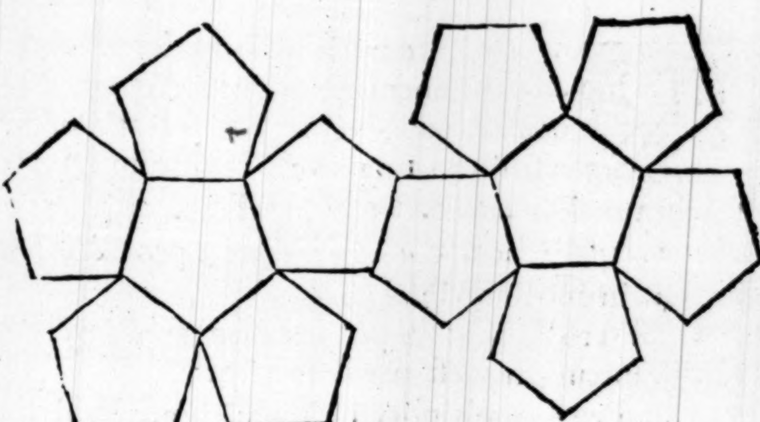


V.

V. *In Dodecaëdro.*

GK=BL latus (12), est $\sqrt{\frac{5}{3}} - \sqrt{\frac{1}{3}}$: 0(713642.
Rγ=MN semidiameter circuli ambientis basem quinquangulam (12), est $\sqrt{u: \frac{2}{3} - \sqrt{\frac{4}{45}}}$: 0(607062.
Rθ=$\frac{1}{2}$Rγ+$\frac{1}{2}$RK, perpendicularis è centro basis in latus, est 0(49112.
Area basis (12), est 0(876211.
Superficies (12), est 10(514532.
QN perpendicularis è centro sphæræ in basem (12), est $\sqrt{u: \frac{1}{3} + \sqrt{\frac{4}{45}}}$: 0(794654.
Soliditas (12), est 2(785137.

Superficies Dodecaëdri.



F I N I S.

DE ANATOCISMO, SIVE USURA COMPOSITA.

Hoc eſt, Sex Theorematum fundamentalium, quibus Quæſtiones omnes circa Anatociſmum, facili negotio, ſolvi poterunt, inveſtigatio Analytica.

Notandum autem eſt, quod Solidus Anglicus continet 12 Denarios: Et Libra ſive Mina continet 20 Solidos; Denarios verò 240.

1. RATIO fœnoris reducenda primò eſt ad Rationem æqualem, cujus antecedens ſit 100, vel 1. Ut ſi Ratio ſit Denariorum 14|4, vel Solidorum 1|2 pro 1 Libra: Dic, 240. 254|4, vel 20. 21|2 :: 100. 106 :: 1. 1|06: nempe α. β. Quare β procreatur ex ſorte α, in uno anno integro.

2. Si vero Solutio ſit per ſemiſſem anni, vel per Quadrantem, hoc eſt per Dies 182|5, vel per Dies 91|25: Pro β, multiplicetur Logarithmus Procreati annui per $\frac{1}{2}$ vel per $\frac{1}{4}$: Sive & per $\frac{182|5}{365}$ vel per $\frac{91|25}{365}$. Perperam enim vulgò ſumitur $\frac{1}{2}$ vel $\frac{1}{4}$ annui fœnoris.

3. Quia

3. Quia in progressione, numerus Rationum unitate minor est, quàm N numerus terminorum, sive Solutionum; erit numerus Rationum N-1. Item Logarithmus β ductus id N-1, erit Logarithmus ω ultimi termini. Denique Logarithmus β ductus in N, erit Logarithmus $\beta\omega$, hoc est, ipsius β multiplicati in se continuè pro numero Solutionum.

4. Quare $\beta\omega$ procreatur ex α sorte, sive 1^{lb}, elocata pro N vicibus. Hinc Duo oriuntur Theoremata.

Theo: I. 1^{lb}. $\beta\omega$:: Q^{lb}. Q^{lb} cum lucro in N vicibus.

Theo: II. $\beta\omega$. 1^{lb}:: Q^{lb} post N vices. valor præsens.

5. Deinde quia $\frac{\beta\omega-\alpha q}{\beta-\alpha}$, hoc est, $\frac{\beta\omega-1}{\beta-1}=Z$, summæ omnium terminorum Progressionis (quorum ultimus est ω) estque idcirco Procreatum ex Pensione 1^{lb} intermissa pro N vicibus: Hinc duo oriuntur alia Theoremata.

Theo: III. $\beta-1$. $\beta\omega-1$:: Q^{lb} Pensio intermissa pro N vicibus. Pensiones cum fœnore solvendæ in fine.

Theo: IV. $\beta\omega-1$. $\beta-1$:: Q^{lb} futura. Pensio æquivalens solvenda in N vicibus.

6. Denique quia $\beta\omega$ procreatur ex 1^{lb} elocata pro N vicibus: Estque $\frac{\beta\omega-1}{\beta-1}$ procreatum ex Pensione 1^{lb} intermissa pro N vicibus; quod in pecuniis numeratis æquivalet pretio Pensionis: Dic, $\beta\omega$. 1^{lb}:: $\frac{\beta\omega-1}{\beta-1}$. $\frac{\beta\omega-1}{\beta-1 \text{ in } \beta\omega}$: Unde igitur in N vicibus procreabitur $\frac{\beta\omega-1}{\beta-1}$

Pretium

Pretium Pensionis. Hinc etiam oriuntur duo Theoremata.

Theo: V. β-1 in $\beta\omega$. $\beta\omega$-1 :: Q^{lb} Pensio pro N vicibus. Pretium ejusdem in pecuniis numeratis.

Theo: VI. $\beta\omega$-1. β-1 in $\beta\omega$ :: Q^{lb} præsens. Pensio emenda pro N vicibus.

Nota quod Q^{lb} significat quantamlibet librarum summam.

Exemplum de Pensione durante 10 annos, solutione semestri; in Ratione 1 ad 1(06. Estque N 20. Et Logar: 1(06 est 0(025306.

0,025306 in $\frac{1}{2}$

0,012653 Log: β = 1(0296

20 N

0,253060 Log: $\beta\omega$ = 1(791

$\bar{2}$,471291 Log: β-1 = 0(0296.

$\bar{2}$,724351 Log: β-1 in $\beta\omega$

$\bar{1}$,898176 Log: $\beta\omega$-1 = 0(791.

Est igitur

$\bar{1}$,898176

$\bar{2}$,724351

1,173825 Logar: Pretii 14(92^{lb} pro Pens: 1^{lb}.

$\bar{2}$,724351

$\bar{1}$,898176

$\bar{2}$,826175 Logar: Pensionis 0(06701^{lb} pro Pret: 1^{lb}.

Logarithmis hisce inventis adde Logar: Q^{lb}.

Vel valores hosce inventos multiplica per Q^{lb}.

REGULA

REGULA FALSÆ POSITIONIS.

MUltiplica Positiones per alternos errores. Et si errores sint ejusdem generis, nempe uterque excedens, vel uterque deficiens; Differentiam productorum divide per Differentiam errorum: Si verò diversi sint generis; Summam productorum divide per Summam errorum: Et Quotus dabit numerum quæsitum.

Demonstrationis gratia. Quis numerus est, qui ductus in B, producit planum BA, nempe BApl.

Esto A-C	Esto A-D
in B. BA-BC	in B. BA-BD

Errores igitur sunt

BApl-BA+BC.	BApl-BA+BD.

Quia utrobique signa sunt similia; ut quæ æqualia sunt, expurgentur; opus est ut Subductio fiat, mutando omnia signa minoris. Nam sic æqualibus se mutuò elidentibus, manebit errorum Differentia, BC-BD:

BC defic:	BD defic:
A-D	A-C
BCA-BCD	BDA-BDC

Hic etiam æqualibus utrinque per Subductionem expunctis;